

静荷重を受ける鉄筋コンクリートばりのせん断抵抗について：既往の実験結果による検討

その他（別言語等）のタイトル	On Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams under Static Loads : Analytical Studies from Experimental Data
著者	荒川 卓
雑誌名	室蘭工業大学研究報告．理工編
巻	6
号	3
ページ	751-772
発行年	1969-07-15
URL	http://hdl.handle.net/10258/3460

静荷重を受ける鉄筋コンクリートばりの せん断抵抗について

(既往の実験結果による検討)

荒 川 卓

On Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams under Static Loads

— Analytical Studies from Experimental Data —

Takashi Arakawa

Abstract

This paper points out the inadequacies of the standards for the allowable unit shearing stress and web reinforcement, based on the results of the experiments of reinforced concrete beams carried out by the author as well as other researchers in Japan and abroad. The author proposes the revision of concerning terms in the AIJ Standard for Structural Calculation of Reinforced Concrete Structures. Analytical studies from experimental data are stated in the sections as follows:

- (1) Comparison of the values computed by the author's empirical formula and the test results.
- (2) Locations where the unit shearing stress in reinforced concrete members shall be computed and where web reinforcement is required.
- (3) Contribution of web reinforcement.
- (4) Relationship between the shear failure on the author's formula and the flexural failure on Umemura's formula.

I. 緒 言

鉄筋コンクリートばりのせん断強度性状については、いまだに理論的解析が達成されていないため、各国とも多数の実験的研究に基づく設計法を採用している。

先に著者は、大野和男博士が提案した連続ばり逆対称集中荷重形式の載荷法により、156本の試験体による一連の実験を行ない、斜めひび割れ強度(τ_c)及びせん断終局強度(τ_u)に及ぼす諸要因を明らかにして、従来不統一であった実験結果を統一的に包括する実験式*を誘導し、この式に基づき、現行の鉄筋コンクリート構造計算規準中のせん断条項に検討を加え、規準改

* $\tau_c = k_c(500 + F_c) \cdot 0.17 / (a/d + 3.4)$ 。 $\tau_u = k_u \cdot k_p(180 + F_c) \cdot 0.23 / (a/d + 0.23) + 2.7 \sqrt{p_w \cdot s \sigma_y} = \tau_{u.o} + \tau'_w$ 。 k_c , k_u : 断面寸法による補正係数で $d > 40$ cm では 0.72。 $k_p = 0.82 p_t^{0.23}$: 引張鉄筋比 $p_t(\%)$ による補正係数。 F_c : コンクリート強度 kg/cm^2 。 $p_w = a_0/b \cdot x$: 補強筋比。 $s \sigma_y$: 補強筋の降伏点応力度 kg/cm^2 。

訂についての私案を提起した¹⁾。

柴田拓二博士は、更に 147 本の試験体による各種載荷条件下の実験を行ない、上記の実験式を一部修正** することにより、せん断補強のないはりのせん断終局強度推定式として、単純ばり及び分布荷重時にも適用し得るよう拡張した²⁾。

近時、鉄筋コンクリートラーメンの設計が終局強度を対象とする傾向が強くなり、使用材料としてのコンクリート及び鉄筋の許容応力度についても、これらの高強度化を対象として、日本建築学会構造標準委員会及び建設省が中心となり、現行基準の許容応力度体系の不都合な点を再検討しつつある。

本報は、過去約 20 年間に行なわれた静荷重下における鉄筋コンクリートばりのせん断に関する内外諸家による既往の実験結果に基づき、次項の諸点に検討を加え、現行規準のせん断条項改訂のための一資料として再提示するものである。

- (1) 斜めひび割れ強度 (τ_c) とせん断終局強度 (τ_u) の実験下限値を包絡する曲線式。
- (2) 設計用せん断応力度 (τ) の検討範囲とせん断補強の必要範囲。
- (3) せん断補強筋の効果。
- (4) せん断終局強度と曲げ終局耐力の関連 (せん断破壊と曲げ破壊の限界)。
- (5) 許容せん断応力度とせん断補強方法。
- (6) 軽量鉄筋コンクリートばりのせん断強度性状。

II. 既往の実験結果による検討

1. 斜めひび割れ強度 τ_c 及びせん断終局強度 τ_u の下限値式

内外の諸家^{1)~42)} による実験結果の中、せん断破壊を生じた資料のみを対象とする。本文に採用した全資料数の内訳を表-1 に掲げた。図-1、図-2 は実験値 $\tau = Q/bj$ (Q はせん断力 kg, b ははり幅 cm, j は材の応力中心間距離で $j = 7 \cdot d/8$) と著者の実験式 (前頁脚注参照) による計算値との比較を $M/Q \cdot d$ 別に図示したものである。

図示の様に、 $M/Q \cdot d$ の小さい範囲ほど実験値の変動が大きい、これは主に試験法の差異によるはりの応力伝達機構、破壊形式及びせん断補強効果などの相違に基因しているものと考えられる。しかし全実験資料に対し、不合格率 (累積度数分布) 5% を与える τ_c 及び τ_u 計算値を下限値 (計算値に対する強度の低減率を n_c , n_u とする) と仮定すれば、この場合の計算下限値 $\tau_{c,min}$ 及び $\tau_{u,min}$ はそれぞれ次式で表わされる。

$M/Qd < 3$ では、

$$\tau_{c,min} = n_c \cdot \tau_c = \alpha \cdot k_c (500 + F_c) / (M/Q \cdot d + 1.7) \quad (1)$$

** せん断スパン a とはりの有効せい d の比 a/d を $2M/Q \cdot d$ と置換する。 M : 曲げモーメント。 Q : せん断力。

表-1 諸家による実験資料数*

研 究 者 名		加力形式**	M/Qd の範囲	F_c の範囲 (kg/cm ²)	斜めひび割れ時 資 料 数		せん断破壊時 資 料 数	
					$p_w=0$	$p_w>0$	$p_w=0$	$p_w>0$
国 内	大野・柴田・荒川 ^{(1),(2),(7),(8)}	連・集	0.465~3.95	158~352	93	122	91	99
	〃	連・分	0.82 ~2.08	226~242	12	—	22	—
	〃	単・集	1.40 ~4.96	199~319	16	21	16	20
	〃	単・片持・分	1.44 ~3.83	236~253	9	—	24	—
	若林 ⁽⁴⁾	単・集	1.21 ~2.42	128~289	11	4	11	4
	黒正・鈴木 ^{(3),(40)}	〃	1.19 ~3.57	190~284	3	15	3	15
	末永・佐々木・川原 ⁽⁵⁾	〃	1.82	193~229	—	25	—	25
	小倉・亀田 ⁽⁶⁾	連・集	1.74 ~1.77	142	—	6	—	6
	船越 ⁽⁹⁾	単・集	2.0	198~445	25	—	25	—
	中川 ⁽¹⁰⁾	〃	0.864~1.15	182~378	—	—	—	48
	明石 ⁽¹¹⁾	〃	1.17 ~3.00	308~458	42	—	41	—
	高橋・武田・他 ⁽¹²⁾	連・単・集	0.66 ~2.64	175~227	—	6	—	6
	上村 ⁽³⁴⁾	単・集	1.75	126	—	9	—	9
	水野・徳光・清永 ⁽³⁷⁾	〃	0.57 ~1.37	430	4	—	4	—
	西林・小材・吉岡 ⁽³⁸⁾	〃	2.06 ~2.94	247	6	—	6	—
	村田 ⁽⁴¹⁾	〃	2.14	200~599	7	—	7	—
国 内 計			0.465~4.96	126~599	228	208	250	232
国 外	Clark ⁽¹³⁾	単・集	1.16 ~2.43	141~485	—	—	12	50
	Moody, Viest 他 ⁽¹⁴⁾	連・集	0.76 ~2.00	153~423	58	35	58	35
	〃	単・集	1.52 ~3.42	124~420	36	2	36	2
	Morrow, Viest ⁽¹⁵⁾	〃	1.42 ~8.38	115~481	37	—	37	—
	Chang, Kesler ⁽¹⁶⁾	〃	2.05 ~4.10	152~394	25	—	—	—
	Mathey, Watstein ^{(17),(24)}	〃	1.51 ~3.78	223~328	25	—	34	—
	Rodriguez, Kesler 他 ⁽¹⁸⁾	連・集	0.68 ~2.04	165~279	15	29	14	25
	Siess, Cossio ⁽¹⁹⁾	単・集・分	1.00 ~6.6	190~465	35	—	36	—
	Bower, Viest ⁽²⁰⁾	連・集	1.22 ~7.48	188~306	30	—	30	—
	〃	単・集	3.34 ~4.47	200~252	3	—	3	—
	Taylor ⁽²¹⁾	〃	4.20	224~457	23	—	25	—
	Leonhardt, Walther 他 ^{(22),(23)}	単・集・分	1.00 ~6.00	140~471	—	—	51	4
	〃	連・集	1.12 ~3.04	324~381	—	—	4	6
	Bresler, Scardelis ⁽²⁵⁾	単・集	3.92 ~6.94	230~383	3	6	3	6
	van den Bery ⁽²⁶⁾	〃	2.12 ~4.88	181~790	44	—	44	—
	Rawdon de Paiva 他 ⁽²⁷⁾	〃	0.667~1.33	203~377	6	4	6	4
	Krefeld, Thurston ⁽²⁸⁾	単・集・分	1.17 ~8.52	114~494	121	—	121	23
	Kani, ⁽²⁹⁾	単・集	1.00 ~8.01	252~314	—	—	52	—
	Ramakrishnan ⁽³⁰⁾	〃	0.295~0.617	200~253	—	—	6	—
国 外 計			0.295~8.38	114~790	461	76	572	155
合 計			0.295~8.38	114~790	689	284	822	387

* 本文に採用した数。

** 単：単純ばり，連：連続ばり，集：集中荷重，分：分布荷重。

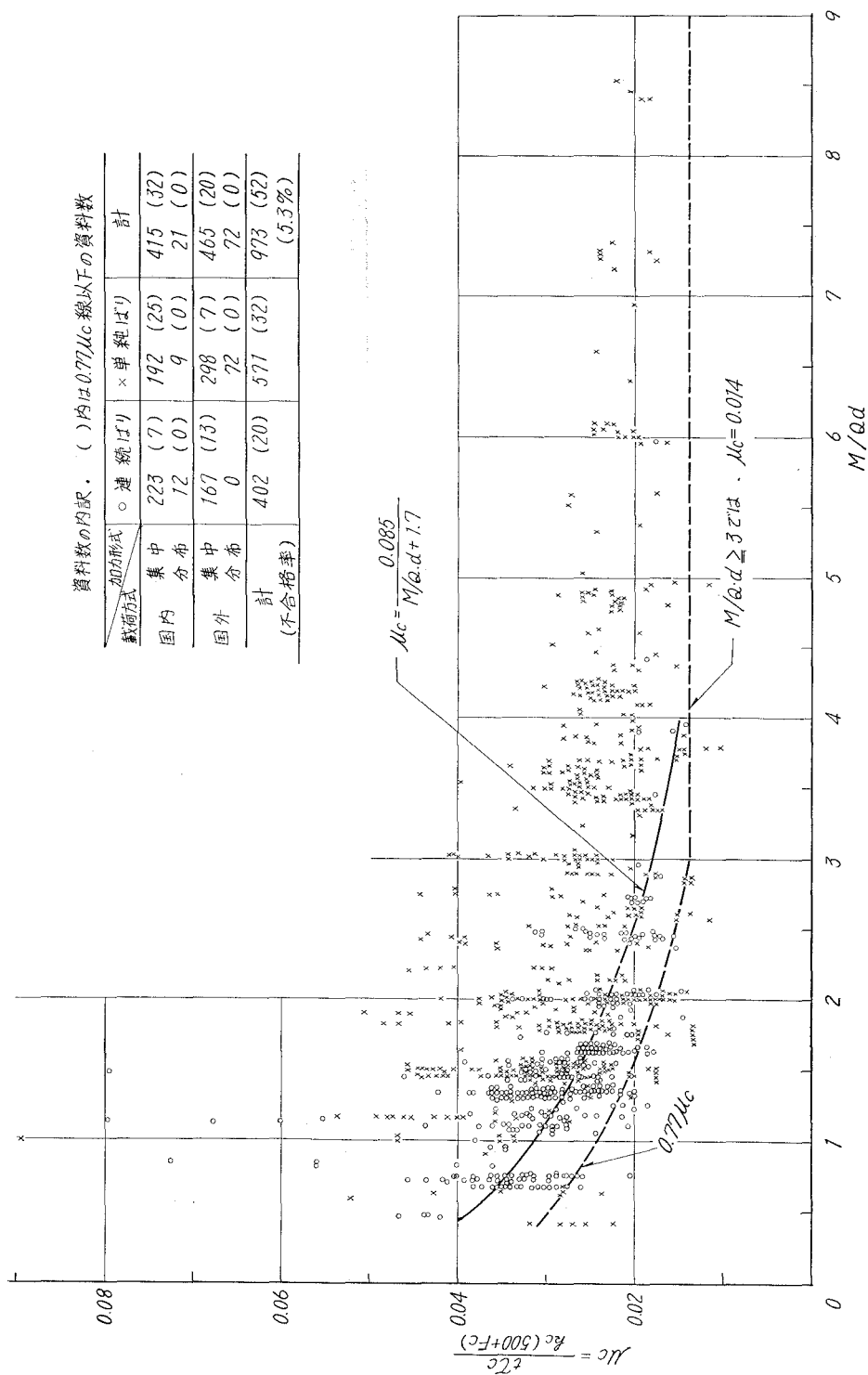


図-1 計算値と実験値の比較 (斜めひび割れ発生時)

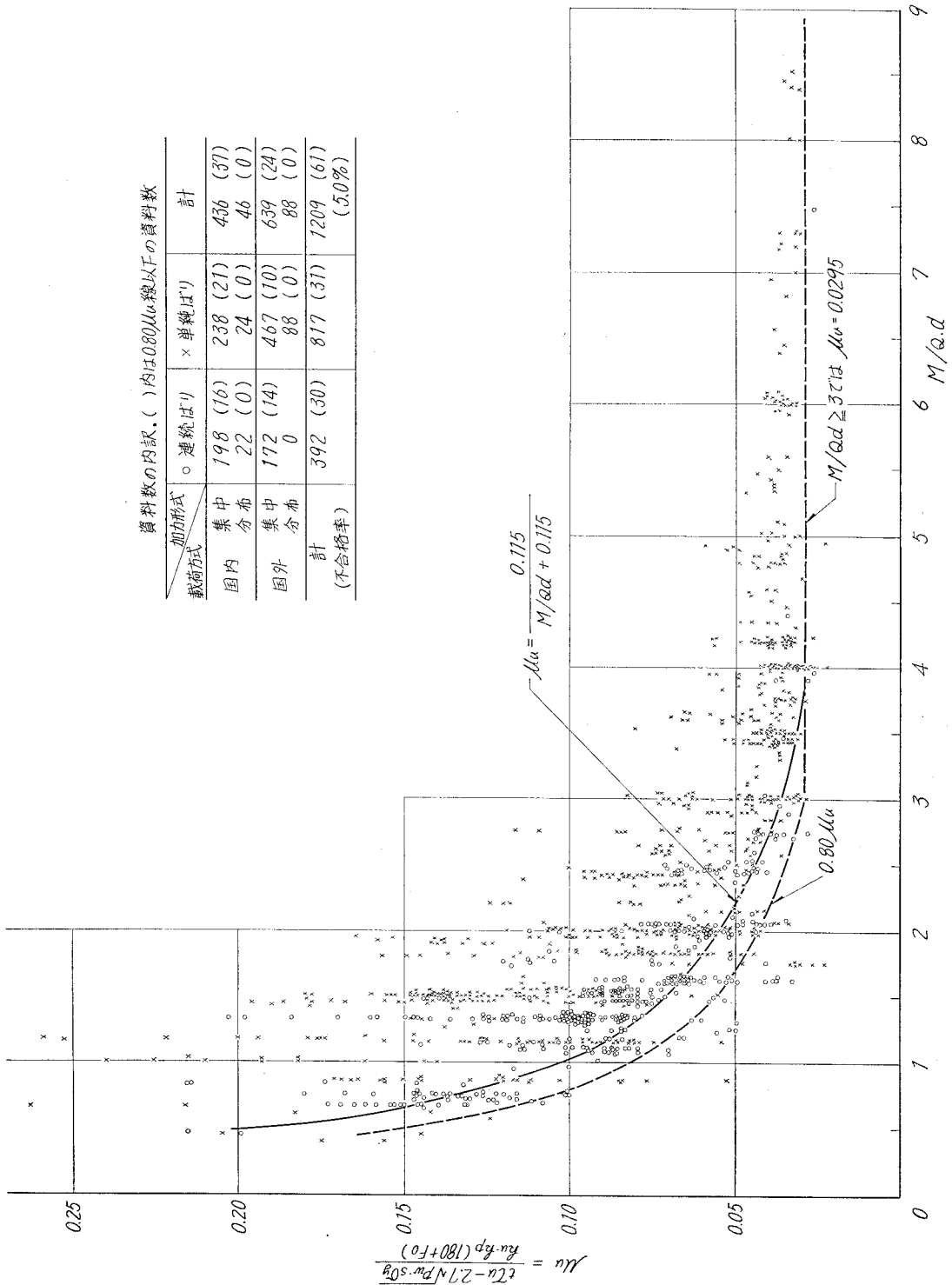


図-2 計算値と実験値の比較 (せん断破壊時)

$$\tau_{u,\min} = n_u \cdot \tau_{u,o} + \tau'_w = \beta \cdot k_u \cdot k_p (180 + F_c) / (M/Q \cdot d + 0.115) + 2.7 \sqrt{p_{w,s} \sigma_y} \quad (2)$$

$M/Q \cdot d \geq 3$ では, $M/Q \cdot d = 3$ として

$$\tau'_{c,\min} = n_c \cdot \tau'_c = \alpha' \cdot k_c (500 + F_c) \quad (3)$$

$$\tau'_{u,\min} = n_u \cdot \tau'_{u,o} + \tau'_w = \beta' \cdot k_u \cdot k_p (180 + F_c) + 2.7 \sqrt{p_{w,s} \sigma_y} \quad (4)$$

となる。図-1 及び 図-2 中の破線は上記の下限値を示すものであるが、この場合の上式中の諸常数はそれぞれ次のようになる。

$$n_c = 0.77$$

$$\alpha = 0.065, \quad \alpha' = 0.014.$$

$$n_u = 0.80$$

$$\beta = 0.092, \quad \beta' = 0.0295.$$

なお、図-3 は諸実験値の計算値に対する比率 n の累積度数分布曲線を図示したものである。

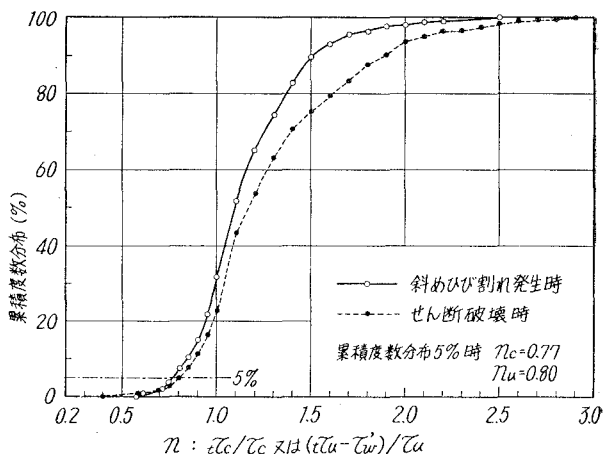


図-3 累積度数分布曲線

2. 設計用 τ の検討位置とせん断補強の必要範囲

(1) 斜めひび割れ発生位置。せん断補強筋の有無には無関係であるが、せん断スパン a' (曲げモーメント $M=0$ の点から M_{\max} までの距離) と、はりの有効せい d の比の大小により異なる。今、はりの中立軸上における斜めひび割れ発生位置 x_c を、 $M=0$ の点より M_{\max} 側に測った距離とする。著者等^{1),7)} の行なった連続ばり集中荷重形式による 191 個の資料を整理し、 M/Qd 別に x_c/d の平均値を求め、この関係を図示すると図-4 の太実線の様になり、 x_c は大凡次式で推定出来る。

$$x_c/d = 0.7 a'/d - 0.35 = 0.7 M/Qd - 0.35 \quad (5)$$

一方、Bower-Viest²⁰⁾ 氏等は、Morrow-Viest¹⁵⁾ 及び Cossio-Siess¹⁹⁾ 氏等の実験値をも考慮し、 $M=0$ の点から斜めひび割れが鉄筋重心位置と交叉する点までの距離 a_c (図-4 参照) をもって次式で斜めひび割れ位置を与えた。

$$a_c/d = 0.241 + 0.117 a'/d + 0.0756 (a'/d)^2 \quad (6)$$

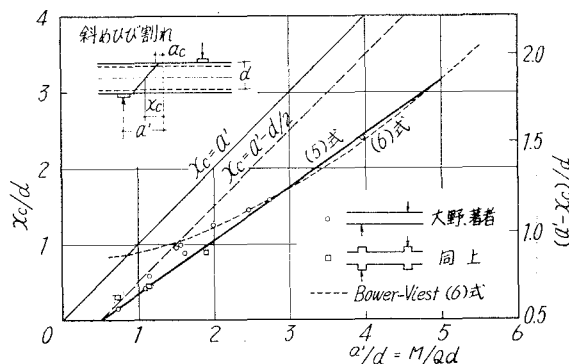


図-4 斜めひび割れ発生位置

図中の点線は、鉄筋のかぶり厚さを $d_e = d_f = 0.082d$ 、ひび割れ傾斜角 45° と仮定して求めた上式の x_e/d の換算値* を併記したものであるが、 $M/Qd > 2$ の範囲内では (5) 式とほぼ一致している。

なお、図中の $x_e = a$ なる直線は、支持端直上又は加力端直下に生ずる曲げ引張りひび割れの発生位置を示すものであり、 $x_e = a' - d/2$ の直線は、支持端又は加力端より常に $d/2$ 離れた位置に斜めひび割れが発生することを意味する。

(2) せん断破壊位置

最初の斜めひび割れが直接せん断破壊を誘発する場合と、これとは別個のひび割れが破壊の原因となる場合とがあり、正確にせん断破壊位置を推則し難い。

しかし、せん断破壊の直接の原因となった斜めひび割れの中立軸上における位置 x_u の範囲を、前項と同様に図示すれば図-5 の様になり、破壊位置は大凡 (5) 式と下記の (7) 式との範囲内に生ずるものと考えられる。

$M/Qd \geq 2.5$ では

$$\begin{aligned} x_u/d &= 1.2 a'/d - 3.0 \\ &= 1.2 M/Qd - 3.0 \end{aligned} \quad (7)$$

図-6 には Cossio-Siess¹⁹⁾ 氏及び柴田博士等²⁾ の行なった分布荷重時の破壊状況の一例を掲げた。これらの試験体は、いずれもはり端の負モーメントより中央部の正モーメントの方が大きい場合の例であるが、図示の様に破壊の位置は支持端よりスパンの約 $1/3$ (支持端より約 $3.5d$) の範囲にまで及んでいる。この範囲は Leonhardt-Walther²²⁾ 氏等が、単純ばり等分布荷重形式の実験で得た結論 (破壊は支持点より $2d \sim 3.5d$ の範囲に生ずる) と類似している。

(3) せん断応力度 τ の検討位置とせん断補強の必要範囲

前項で述べた様に、 x_e 、 x_u 又は支持端からの距離 $(a' - x_e)$ 及び $(a' - x_u)$ は、 M/Qd 毎に

* $x_e/d = 0.7 + 0.117 a'/d + 0.0756 (a'/d)^2$

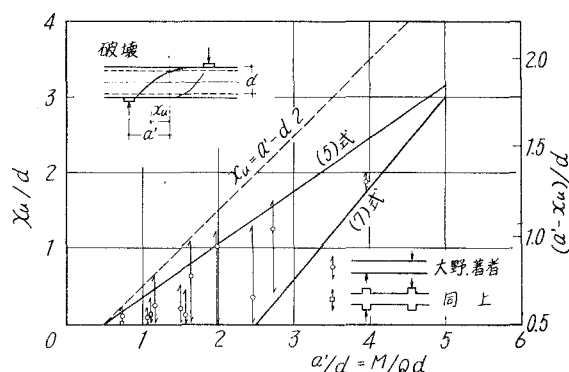


図-5 せん断破壊の範囲

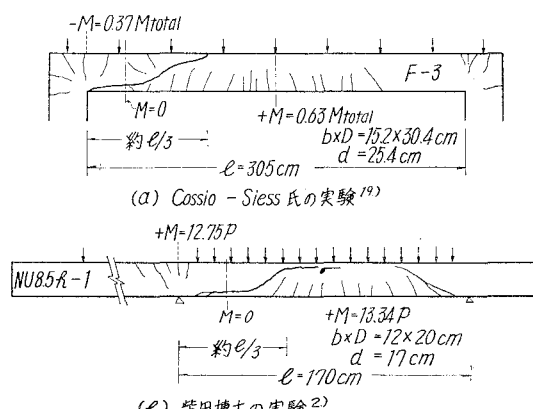


図-6 分布荷重時の破壊状況

表-2 斜めひび割れ位置とせん断破壊の範囲

		M/Qd				
		0.5~2	2.5	3	4	5
斜めひび割れ位置	(5) 式 x_c/d	0~1.05	1.4	1.75	2.45	3.15
	$(a'-x_c)/d$	0.5~0.95	1.1	1.25	1.55	1.85
破壊範囲	(7) 式 x_u/d	(0)	0	0.6	1.8	3.0
	$(a'-x_c)/d \sim (a'-x_u)/d$	(0.5~2.0)	1.1~2.5	1.25~2.4	1.55~2.2	1.85~2.0

表-2 の様に変化する。従って、部材内のせん断力が一定となる様な水平荷重時の応力に対しては、 M/Qd の値に応じて τ の検討位置並びにせん断補強の範囲を検討するのが妥当である。

即ち、斜めひび割れ強度を設計の対象とするならば、上記 (5) 式より求まる位置を、又終局強度に対しては、(5) 式と (7) 式とで求まる範囲を検討の対象とすべきであろう。後者については、表-2 に示す様に $M/Qd=0.5 \sim 5$ の範囲内では支持端より $0.5d \sim 2.5d$ となるが、前述の分布荷重時の破壊状況を考慮すれば、支持端より $0.5d \sim 3.5d$ の範囲にまで広めておく必要がある。しかし、実施設計時には、長期応力に対しては分布荷重時の場合を、又短期応力に対しては水平荷重時の応力と鉛直荷重時の応力との和を対象としているから、設計時の応力状態はかなり複雑となり、上記の検討範囲をそのまま適用することには多少問題があるかも知れない。

なお、ACI 基準では、支持端より d 離れた位置で τ の検討を行なう様勧めているが、上記によれば、この位置は $M/Qd \doteq 2$ における $(a'-x_c)$ の値に相当することになる。

3. せん断補強筋の効果

周知の如く、せん断補強筋の主要な機能は、斜めひび割れの進行を遅らせることと、ひび割れにより再配分された内力の一部を負担して、はりの耐力及び変形に対する抵抗能力を増大させることにある。通常この負担力はトラス理論により $\tau_w = p_w \cdot s \sigma_y$ なる式で与えられているが、補強ばりに関する内外の諸家による実験値に対しては、補強筋比 p_w 及び M/Qd の大小により、補強筋の降伏点 $s \sigma_y$ の効果が区々であり、必ずしもこの式は適合しない。

即ち、補強ばりの諸実験による一般的傾向を概観すると、 P_w 及び M/Qd が比較的小さければ (ただし $P_w > 0.1\%$) $s \sigma_y$ に達して破壊する例が多いが、逆に P_w 及び M/Qd が大となれば $s \sigma_y$ に達する以前に破壊する傾向があり、 P_w が中程度であれば上記両者の破壊状況が混在している。従って、補強ばりの終局強度実験値 τ_u からコンクリート負担分として無補強ばりの実験値 $\tau_{u,0}$ を差引いて求めた補強筋の負担強度 τ_w は、図-7 の様にかなりのバラツキを示し、上記のトラス式は適合しないことになる。

なお、同図中には、著者が先に誘導した補強筋負担強度式 ($\tau'_w = 2.7 \sqrt{p_w \cdot s \sigma_y}$) の値を併記したが、この計算値以下となる資料数は全資料数の約 25% となった。

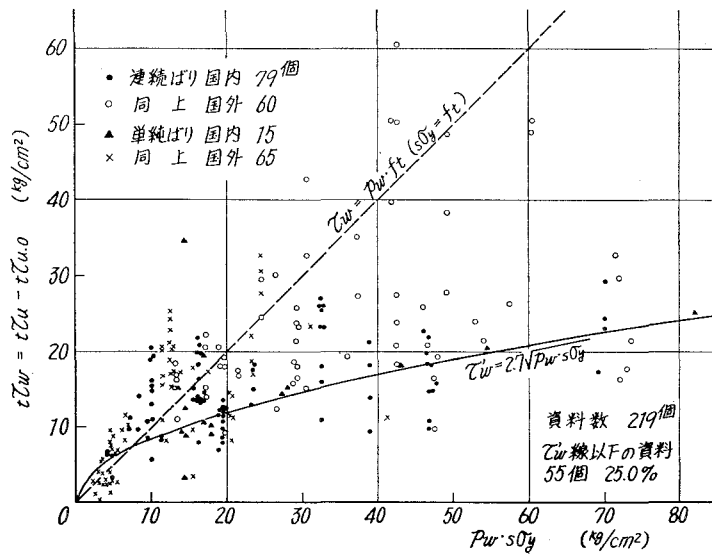


図-7 補強筋の負担強度

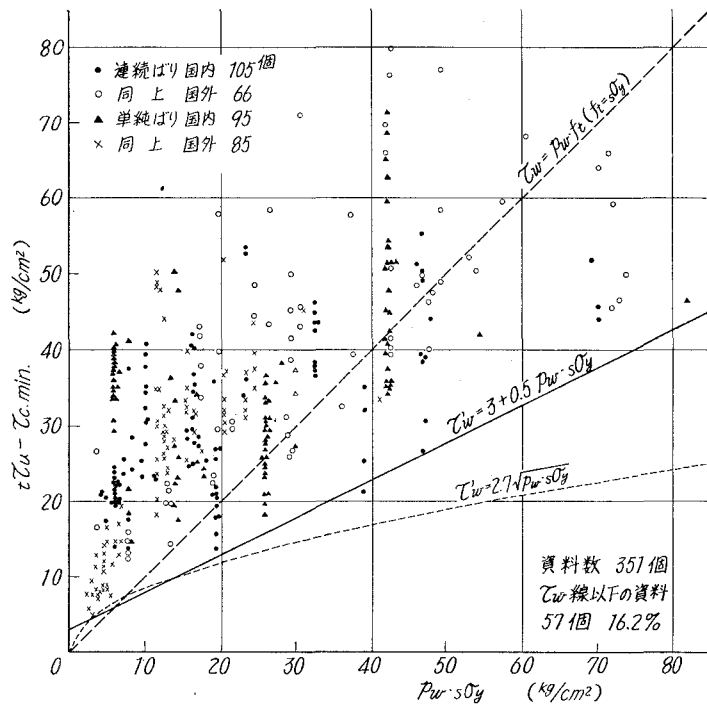


図-8 補強筋の見掛け負担強度

又、 $\epsilon\tau_{u.o}$ の代りに、前記 (2) 式より求まる無補強時の計算下限値 $\tau_{u.o.min}$ をコンクリート負担分と見做して差引き、これを見掛け上の補強筋負担分とすれば、著者の τ'_w 式以下となる資料数は全体の 2.6% となり、補強ばりに対しても前述の下限値を与える (2) 式が成立することを示唆しているものと考えられる。

図-8 は、ACI 委員会⁴³⁾ の整理法にならって、斜めひび割れ強度をコンクリート自体の負担分と見做し、補強ばりの実験値 $\epsilon\tau_u$ から (1) 式で求まる $\tau_{c.min}$ を差引き、これを見掛け上の補強筋負担分として図示したものである。この場合のデーターは当然のことながら、図-7 の場合よりも図中の上位にプロットされることになるが、 $\tau_w = p_w \cdot s\sigma_y$ 式の計算値以下となる資料は約 16% となり、補強筋負担力を示す式としては幾分安全性に欠けている。斜めひび割れ以後の耐力並びに変形に対する抵抗能力を補強筋によって十分発揮させ、しかも十分な安全性を確保するためには、全資料の下限値を採るべきであろう。図中の破線は全資料に対する最低値を示すものであるが、 $p_w \cdot s\sigma_y < 20 \text{ kg/cm}^2$ の常用の範囲内では次式で表わしても大差ない。

$$\tau'_{w.min} = 2.7\sqrt{p_w \cdot s\sigma_y} \doteq 3 + 0.5 p_w \cdot s\sigma_y \quad (8)$$

なお、図-9 は補強ばりの終局強度 $\epsilon\tau_u$ と $\tau_{c.min}$ との比率を $p_w \cdot s\sigma_y$ 別に図示したものであるが、図示の様に、斜めひび割れ以後の補強効果の最低限界は $p_w \cdot s\sigma_y \doteq 3 \text{ kg/cm}^2$ ($s\sigma_y = 2.81 \text{ t/cm}^2$ で $p_w = 0.105\%$ の実験値に相当) となり、この時の $\epsilon\tau_u / \tau_{c.min}$ は 1.5 となる。

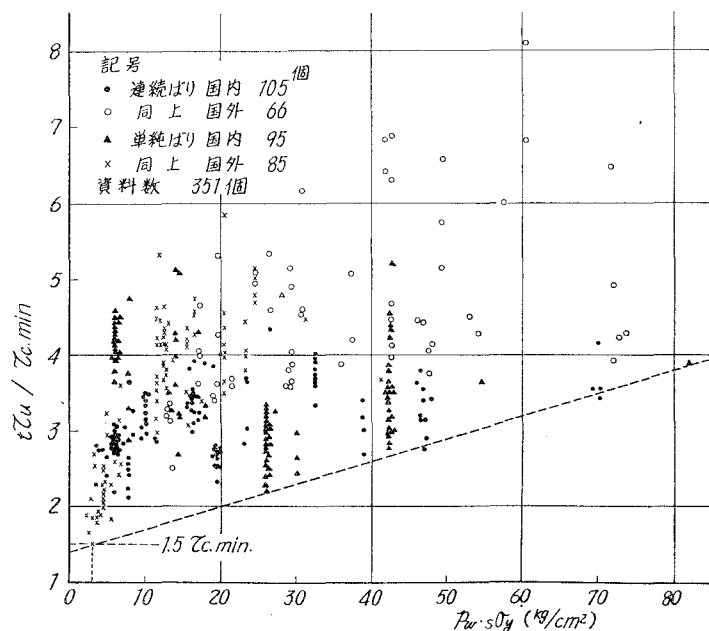


図-9 補強ばりの強度実験値 $\epsilon\tau_u$ と $\tau_{c.min}$ の関係

4. せん断終局強度と曲げ降伏耐力の関連

一般の構造物では、はりの鉄筋比 p_t は大凡 2% 以下であるが、この範囲内では p_t が小さければ鉄筋の降伏による曲げ破壊を生ずる公算が大きい、 p_t がある程度大となれば、せん断破壊が曲げ破壊に先行する可能性を生じてくる。これらの関係は勿論 M/Qd , p_w , F_c などの大小によっても異なる。

図-10 は一例として曲げ終局強度式から求まる見掛けせん断強度 τ_M と、(2) 式によるせん断強度 $\tau_{u,min}$ の関係を示したものである。

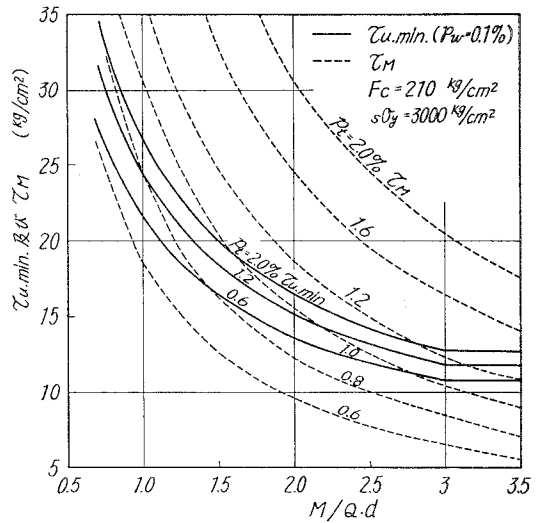


図-10 せん断強度と曲げ耐力の関係

構造物の安全を確保するためには、せん断破壊が常に曲げ破壊に先行しないことを条件として設計する必要がある。

図-11 は、終局強度設計の一資料として、下記の梅村博士の曲げ終局強度式から求まる τ_M と前記 (2) 式の $\tau_{u,min}$ との関連から、両者の破壊限界及び破壊条件を求める計算図表を掲げた。

◎ 曲げ終局強度式より求まる見掛けせん断強度 τ_M

$p_t < 2.0\%$, $r = 1.0$ ($p_t = p_c$), $F_c = 150 \sim 360 \text{ kg/cm}^2$ と仮定。

$M/b \cdot d^2 = p_t \cdot \sigma_y \cdot j_1 = p_t \cdot \sigma_y \cdot 0.95 \{1 - 0.43 p_t (1 - 30 p_c) \sigma_y / F_c\} = K_1$, $M = /Q \cdot d = K$ とおくと, $Q/b \cdot d = K_1/K$ となり, $\tau_M = Q/b \cdot j = 1.14 K_1/K$ となる。

◎ せん断終局強度 $\tau_{u,min}$

前述の (2) 式中, $k_u = 0.72$ と仮定し, k_p は次表の値を採用する。

表-3 $k_p = 0.82 p_t^{0.23}$ の値

p_t (%)	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k_p	0.73	0.78	0.82	0.855	0.885	0.915	0.94	0.96

なお、本図表使用時には τ_M と $\tau_{u,min}$ とが必ずしも同一条件で成立するものではなく、又 τ_M には柴田博士等の指摘した曲げ耐力の増分が含まれていないので、この点を考慮する必要がある。

〔使用例〕 今 $p_t = 1.2\%$, $M/Qd = 2$, $\sigma_y = 3.0 \text{ t/cm}^2$, $F_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ と仮定した場合、せん断破壊を生じないための補強筋比 p_w を求める。(1) $p_t \cdot \sigma_y \cdot Qd/M = 18.0 \text{ kg/cm}^2$ より $\tau_M = 18.5 \text{ kg/cm}^2$ を求める。(2) p_t

$=2.0\%$ と $M/Qd=2.0$ 線の交点より右にたどり、 $F_c=210 \text{ kg/cm}^2$ の斜線との交点より上に向った線と、 $\tau_{u,\min}$ 軸上の $18.5 (= \tau_M) \text{ kg/cm}^2$ 位置より左にたどった線との交点を読めば、 $p_w \cdot \sigma_y = 9 \text{ kg/cm}^2$ となる。従って $p_w > 0.3\%$ の補強を行なえば良いことになる。(3) この場合の $\tau_{c,\min}$ は、右下隅の図で $F_c=210 \text{ kg/cm}^2$ 斜線と $M/Qd=2$ 線との交点より下に向い横軸の値を読めば $\tau_{c,\min}=9 \text{ kg/cm}^2$ を得る。

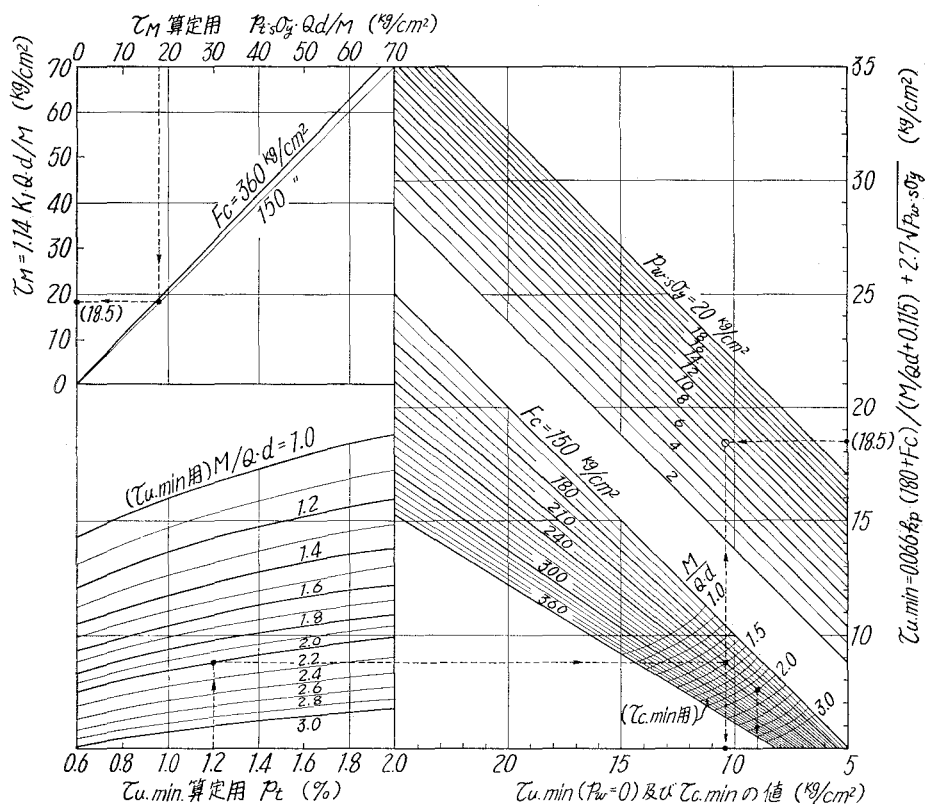


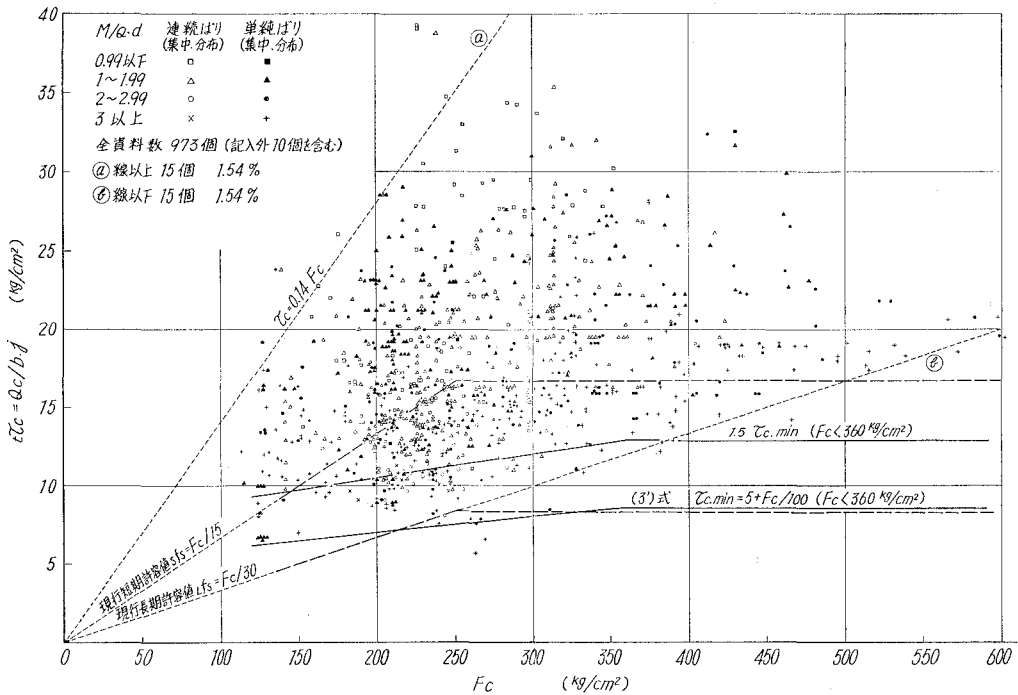
図-11 終局強度計算図表

III. 許容せん断応力度とせん断補強法についての検討

1. 現行規準と実験下限値

(1) 許容せん断応力度と $\tau_{c,\min}$ 。現行の鉄筋コンクリート構造計算規準⁴⁴⁾によれば、長期の許容せん断応力度としてコンクリート強度 F_c (135~250 kg/cm^2) の $1/30$ を採ることになっている。この数値は、斜張力理論と各国における斜めひび割れ強度実験値 τ_c とに基づき、長期応力に対しても斜めひび割れが生じない様、安全側に規定されたものである。

図-12 は τ_c と F_c の関係を示すものであるが、上記の長期許容応力度はおおむね全資料の最小値を包絡している。しかし、 $\tau_{c,\min}$ は前述の (1) 式及び (3) 式で表わされる様に、 F_c の他に M/Qd 及び試験体寸度の影響を受けて変化するから、許容応力度設定時にはこれらの影響を考慮し、せん断ひび割れに対する安全性を十分確保する必要がある。



図—12 斜めひび割れ強度と F_c の関係

今、前式において、断面寸法による補正係数を $k_c = 0.72$ ($d > 40$ cm) と仮定すれば、

$$M/Qd < 3 \text{ では、 } \tau_{c.min} = 0.047 (500 + F_c) / (M/Qd + 1.7) \quad (1')$$

$$M/Qd \geq 3 \text{ では、 } \tau'_{c.min} = 0.10 (500 + F_c) = 5 + F_c/100 \quad (3')$$

となり、上式による値は表-4に掲げる様に、 $M/Qd \geq 3$ で F_c が約 210 kg/cm^2 以上の場合には現行規準値以下 (表中 * 印) となり、幾分危険となる。

表—4 現行規準値と $\tau_{c.min}$

		F_c (kg/cm ²)					
		150	180	210	240	300	360
現行規準値 (長期) $F_c/30$ (kg/cm ²)		5	6	7	8	(10)	(12)
実験下限値 $\tau_{c.min}$ (kg/cm ²)	$M/Qd=1$	11.3	11.8	12.3	12.9	13.9	15.0
	2	8.3	8.6	9.0	9.4	10.2	10.9*
	3	6.5	6.8	7.1	7.4*	8.0*	8.6*

(2) 許容せん断応力度と $\tau_{u.min}$ 。無補強ばりは、最大荷重後の耐力低下が比較的急激であり、又じん性を欠くことから、補強筋の最低限量を設ける必要がある。現行規準では、せん断応力度が規準値を超過しない場合でも、用心筋として 9 mm 以上のあばら筋を $3D/4$ (D : はり

表-5 セン断補強筋の負担強度

はり幅 b (cm)	あばら筋 9 mm ϕ —□ 30 cm 間隔				
	25	30	35	40	45
補強筋比 $p_w = a_0/b \cdot x$ (%)	0.17	0.141	0.121	0.106	0.094
$\tau'_{w0} = 2.7 \sqrt{p_w \cdot s \sigma_y}$ $s \sigma_y = 2.4 \text{ t/cm}^2$	5.4	5.3	4.6	4.3	4.1
(kg/cm ²) $= 3.0 \text{ t/cm}^2$	6.1	5.6	5.2	4.8	4.5

の全せい) かつ 30 cm 以内の間隔に配置する様に規定しているから, (8) 式による補強筋負担強度 τ'_{w0} は表-5 の如く増加する。

今, 前述の $\tau_{u,\min}$ 式に $k_u = 0.72$ ($d > 40$ cm を想定), $k_p = 0.78$ ($p_t = 0.8\%$ に相当) を代入し, 更に用心筋によるせん断強度の増分を, $p_w = 0.1\%$, $s \sigma_y = 2.4 \text{ t/cm}^2$ として $2.7 \sqrt{p_w \cdot s \sigma_y} = 4.2 \text{ kg/cm}^2$ と仮定すれば, (2) 及び (4) 式は

$$M/Qd < 3 \text{ では, } \tau_{u,\min} = 0.052 (180 + F_c) / (M/Qd + 0.115) + 4.2 \quad (2')$$

$$M/Qd \geq 3 \text{ では, } \tau'_{u,\min} = 0.0166 (180 + F_c) + 4.2 \quad (4')$$

となる。

表-6 は上式の計算値と, 現行の短期許容せん断応力度 $s f_s = F_c/15$ の値とを表示したものであるが, 表中 * 印の如く, M/Qd が比較的大きい場合, あるいは高強度コンクリートの場合には規準値以下となって, 前項同様, 規準値としては危険となる。

なお, $M/Qd = 3$ の場合には, 表中下段に併記した如く $\tau_{c,\min}$ 値の 1.5 倍の値を採れば $\tau'_{u,\min}$ とほぼ同じ値となる。

表-6 現行規準値と $\tau_{u,\min}$

		F_c (kg/cm ²)					
		150	180	210	240	300	360
現行規準値 (短期) $F_c/15$ (kg/cm ²)		10	12	14	16	(20)	(24)
実験下限値 $\tau_{u,\min}$ (kg/cm ²)	$M/Qd = 1$	19.6	21.0	22.3	23.7	25.5	29.3
	2	12.3	13.0	13.8*	14.5*	16.1*	17.5*
	3	9.7*	10.2*	10.7*	11.2*	12.2*	13.2*
$1.5 \times \tau'_{c,\min}$ ($1.5 \times (3')$ 式)		9.8	10.2	10.7	11.1	12.0	12.9

(3) 補強筋の効果及び断面変更の限度。現行規準では, せん断応力度が前項の許容値を超過した場合には, 式 $x = F \cdot j / Q$ によって全せん断力を補強筋に負担させることになっているから, あばら筋の場合には $\tau_w = Q/b \cdot j = a_0 f_t / b \cdot x = p_w \cdot f_t$ となる。しかし, この式によれば前述の如く実験値に対しては適合せず, 又補強筋算定の要不要で著しい格差を生ずることになり,

表-7に示す様に補強量の多少により安全率が不均一となって不合理である。

又、現行の断面変更の限度（短期は $F_c/8$ 、長期は $F_c/12$ ）は、表中最下段に併記した様に、いずれの F_c 対しても $\tau_{u,\min}$ 以上の値となり、特に高強度コンクリートでは過大である。この様な過大な限度に対しては、補強効果もあり期待出来ない。

表-7 規準式 $\tau_w = p_w \cdot f_t$ と $\tau_{u,\min}^*$ の値

① 現行規準式の値 ($f_t = 2.4 \text{ t/cm}^2$)		② 各 F_c に対する $\tau_{u,\min}$ の値 (kg/cm^2), () 内は ②/① の比率			
p_w (%)	$\tau_w = p_w \cdot f_t$ (kg/cm^2)	150	210	300	360
0.1	2.4	9.7 (4.03)	10.7 (4.45)	12.2 (5.09)	13.2 (5.50)
0.3	7.3	12.8 (1.75)	13.8 (1.89)	15.3 (2.10)	16.3 (2.23)
0.6	14.4	15.7 (1.09)	16.7 (1.16)	18.2 (1.26)	19.2 (1.33)
0.83	20.0	17.6 (0.88)	18.6 (0.93)	20.1 (1.00)	21.1 (1.06)
現行断面変更限度 $F_c/8$		18.8	26.3	(37.5)	(45.0)

* $\tau_{u,\min} = 0.0166(180 + F_c) + 2.7 \sqrt{p_w \cdot s \sigma_y}$ 。但し $k_u = 0.72$, $k_p = 0.78$, $M/Qd = 3$, $s \sigma_y = 2.4 \text{ t/cm}^2$ 。

2. 許容せん断応力度及びせん断補強に対する私案

上記の様に、現行計算規準中のせん断に関する条項は、実験下限値に比較して安全率が低過ぎ、又場合によっては安全率が不均一である。これに対し、静荷重下におけるはりのせん断応力度に対しては、現行規準設定の思想に準じて次の様に提案したい。

(1) 許容せん断応力度

a) 長期荷重時には斜めひび割れが発生しないことを前提とし、長期許容せん断応力度 (${}_L f_s$) としては $\tau_{c,\min}$ を与える (1') 式及び (3') 式を基準とする (表-4 参照)。

b) 短期荷重時には斜めひび割れの発生を覚悟し、短期許容せん断応力度 (${}_s f_s$) としては、 $p_w = 0.1\%$ を補強効果の最低限量として求めた (2') 式及び (4') 式の $\tau_{u,\min}$ を超過しないことを条件として、上記 ${}_L f_s$ の 1.5 倍を採るものとする (表-6 参照)。

(2) せん断補強算定式。せん断補強による見掛けせん断強度の増加 τ_w は、 $p_w \cdot s \sigma_y < 20 \text{ kg/cm}^2$ の範囲内では (8) 式のような直線式であると仮定する。せん断応力度が上記の許容応力度を超過した場合には、許容値と $\tau_{u,\min}$ との連続性が確保出来る様に、超過分 $\Delta \tau$ のみを補強筋に負担させる。この場合短期の許容応力度式には、 $p_w = 0.1\%$ に相当する補強筋の効果 (4.2 kg/cm^2) はすでに含まれているから、 $\Delta \tau$ に 4.2 kg/cm^2 を加えた応力度を (8) 式に負担させればよい。

即ち

$$\Delta \tau + 4.2 = 3 + 0.5 p_w \cdot s \sigma_y$$

今 $s \sigma_y = f_t$ (f_t は補強筋の引張許容応力度) とし、補強筋の負担せん断力を Q' とすれば、あば

ら筋の場合には $p_w = a_0/bx$ であるから、あばら筋間隔 x は近似的に次式で求められる。

$$x = Fj/Q' \\ = 0.5 a_0 \cdot f_t / b (\Delta\tau + 1) \quad (9)$$

又は、

$$\Delta\tau = 0.5 p_w \cdot f_t - 1 \quad (9')$$

なお、折曲げ筋の場合には

$$F = 0.5 a_0 f_t (\cos \theta + \sin \theta)$$

とする。

図-13 には上記 (9) 式による計算図表を示した。

図-14 は、一例として (4') 式による $\tau_{u, \min}$ と (9') 式との関係を図示したものであるが、図中に併記した様に現行式 $\tau_w = p_w \cdot f_t$ によれば、全補強時に対しても、又、許容値の超過分負担時に対しても $\tau_{u, \min}$ には適合しない。

(3) 断面変更の限度

短期応力に対しては $p_w \cdot f_t = 20 \text{ kg/cm}^2$ を補強の最大限度と考えた。この値によれば $f_t = 3.0 \text{ t/cm}^2$ では $p_w = 0.67\%$ に相当し、(9') 式により求まる超過分は $\Delta\tau = 9 \text{ kg/cm}^2$ (長期応力に対しては 6 kg/cm^2) となる。この値より大なる時は断面を変更する。

表-8 は、前掲の短期許容せん断応力度 $s.f.s$ に超過限度 9 kg/cm^2 を加えた値と、(4) 式の値 (ただし $k_u = 0.72$, $M/Qd = 3$, $p_w \cdot s\sigma_y = 20 \text{ kg/cm}^2$) との関係を示したものであるが、 p_t の小さい範囲では表中 * 印の如く、 $(s.f.s + 9) > \tau'_{u, \min}$ となって幾分危険側の値となる。しかし、この様な p_t の小さい範囲では、図-11 に示す様に曲げ破壊が先行する公算が大となるので、特に問題はなからう。

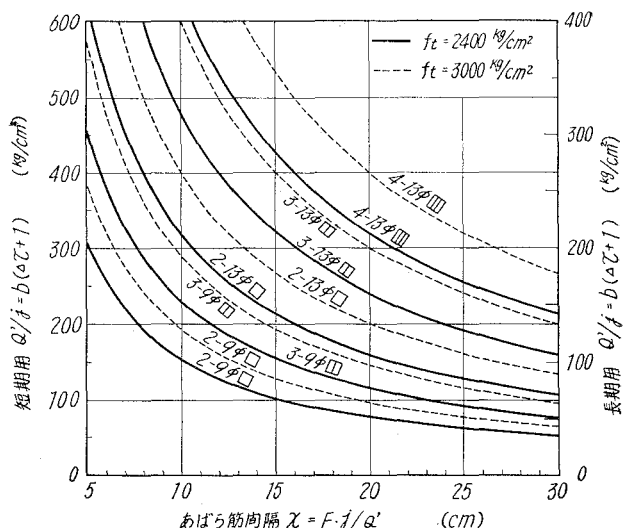


図-13 あばら筋間隔計算図表

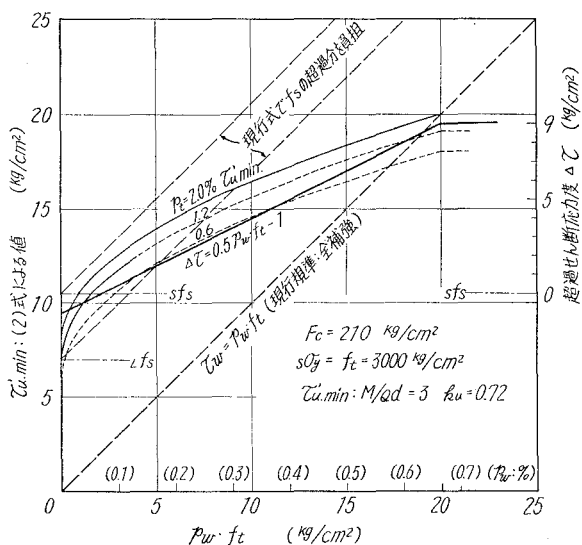


図-14 せん断補強と $\tau_{u, \min}$ の関係

表—8 断面変更限度と $\tau_{u.min}$

		F_c (kg/cm ²)					
		150	180	210	240	300	360
現行の断面変更限度 $F_c/8$ (kg/cm ²)		18.8	22.5	26.3	30.0	(37.5)	(45.0)
$s f_s + 9$ (kg/cm ²)		16.5	18.0	19.5	20.1	21.0	21.9
$\tau'_{u.min}$ (kg/cm ²) ($M/Qd=3$, $p_w \cdot s \sigma_y = 20$ kg/cm ²)	$p_t = 0.8\%$	17.6	18.1	18.6*	19.1*	20.0*	21.0*
	1.4%	18.3	18.9	19.4	20.0	21.1	22.2
	2.0%	18.8	19.4	20.0	20.7	21.9	23.1

IV. 軽量鉄筋コンクリートばりの実験結果による検討

1. 実験下限値式

前掲の著者の実験式は、普通鉄筋コンクリートばりを対象としたものであるが、これを軽量コンクリートばり（人工及び天然軽量コンクリートを含む）にも適用して見よう。

表-9 は本文に採用した既往の実験資料数の内訳を示したものである。

表—9 諸家による実験資料数*

研 究 者 名		加力形式**	M/Qd の範囲	F_c の範囲 (kg/cm ²)	斜めひび割れ時 資 料 数		せん断破壊時 資 料 数	
					$p_w = 0$	$p_w > 0$	$p_w = 0$	$p_w > 0$
国 内	大野・柴田・荒川 ³⁵⁾	連・集	0.59 ~ 3.44	138	8	8	8	4
	上村 ³⁴⁾	連・集	1.31	145	—	2	—	2
	同上	単・集	1.75	203	—	9	—	6
	黒正・鈴木 ⁴⁰⁾	単・集	1.19 ~ 3.57	216 ~ 234	3	20	3	20
	水野・徳光・清永 ³⁷⁾	単・集	0.57 ~ 1.37	291 ~ 364	8	—	8	—
	西林・小林・吉岡 ³⁸⁾	単・集	2.06 ~ 2.94	221 ~ 443	24	—	24	—
	村田 ⁴¹⁾	単・集	2.14	187 ~ 537	26	—	26	—
	中川 ³⁹⁾	単・集	0.864 ~ 2.88	209 ~ 285	—	30	—	20
	船越 ³⁶⁾	単・集	1.33	180 ~ 450	—	—	11	—
	藤本 ⁴²⁾	単・集	2.38 ~ 4.55	245 ~ 379	—	—	60	—
国 内 計			0.57 ~ 4.55	138 ~ 537	69	69	140	52
国 外	Hanson ^{31), 32)}	単・集	2.47 ~ 4.96	210 ~ 751	76	—	72	—
	Ivey-Buth ³³⁾	単・集	2.00 ~ 4.95	195 ~ 329	26	—	26	—
	国 外 計		2.00 ~ 4.96	195 ~ 751	102	—	98	—
合 計			0.57 ~ 4.96	138 ~ 751	171	69	238	52

* 本文に採用した資料数を示す。

** 連・集： 連続ばり集中荷重。

単・集： 単純ばり集中荷重形式のもの。

図-15及び図-16は、実験値 τ と実験式計算値 τ_c, τ_u との比較を M/Qd 別に図示したものである。

図中の破線は、全資料に対する不合格率(累積度数分布)が5%となる時の下限値を示すものであるが、この場合の前記(1)式ないし(4)式中の諸常数は次のようになる。

$$n_c = 0.63$$

$$\alpha = 0.054, \alpha' = 0.0114$$

$$n_u = 0.59$$

$$\beta = 0.068, \beta' = 0.0218$$

上記の数値は、前述の普通コンクリートばりに対し、斜めひび割れ発生時には大凡0.8倍、せん断破壊時には約0.75倍の値となっている。

図-17には、上記全実験値の計算値に対する比率 n と累積度数分布曲線の関係を図示した。

2. 現行規準値と実験下限値との関連

(1) 許容せん断応力度

現行規準によれば、軽量コンクリートは普通コンクリートに比べて、斜めひび割れ強度及び終局強度などに関しては大差ないとの観点から、コンクリート強度の制限(F_c が 120 kg/cm^2 と 150 kg/cm^2 の2種)並びに計算外の規定(あばら筋間隔は $2D/3$ かつ 25 cm 以下)を除き、普通コンクリートと同様に取扱うことになっている。

しかし、前項で述べた様に、軽量コンクリートばりの $\tau_{c, \min}$ 及び $\tau_{u, \min}$ の値

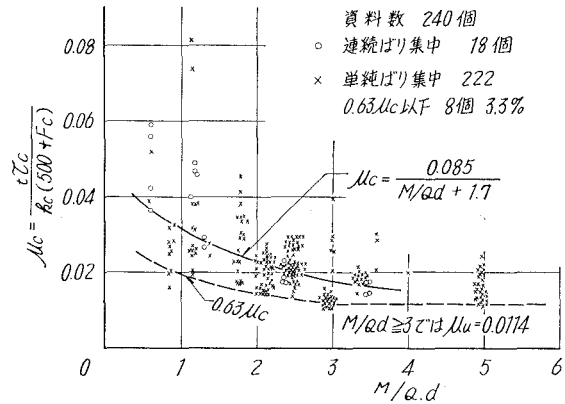


図-15 実験値と計算値の比較(ひび割れ時)

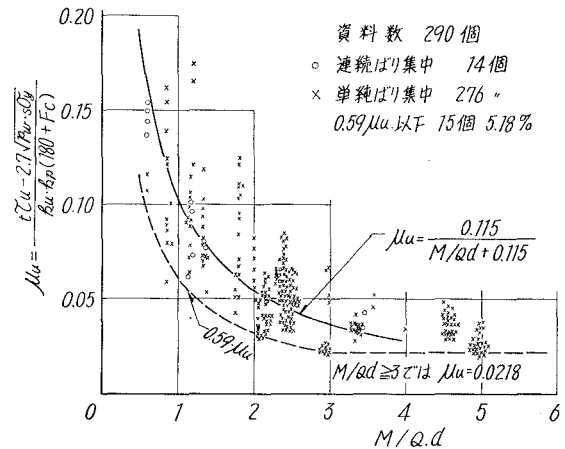


図-16 実験値と計算値の比較(破壊時)

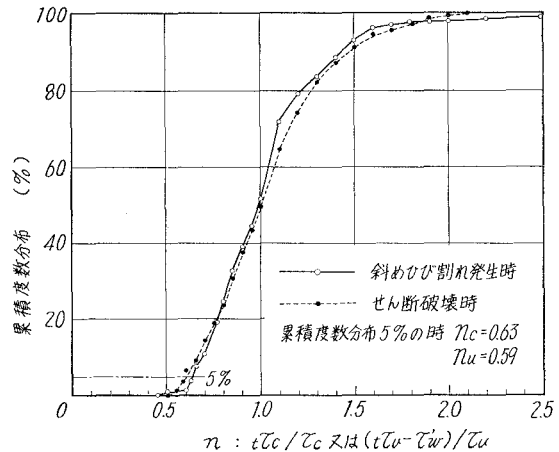
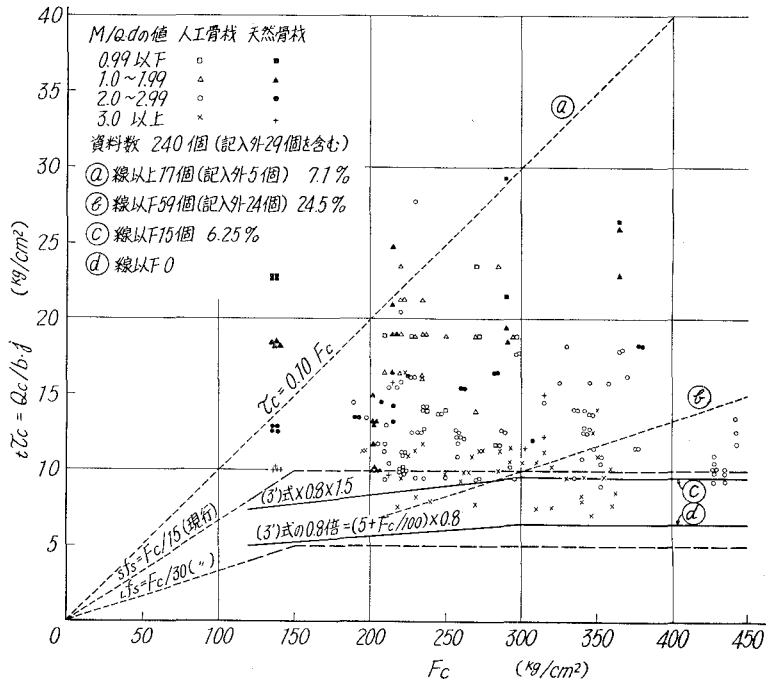


図-17 累積度数分布曲線


 図-18 斜めひび割れ強度と F_c の関係

は、普通コンクリートばりの値より幾分低く、又、斜めひび割れ強度実験値 τ_c と F_c の関係についても、図-18に示す様に $F_c/30$ 線以下となる資料数が全資料数の約 1/4 となって、普通コンクリートの場合に比較して数多い。

従って、普通・軽量の両者を同様に取扱えば、許容応力度に関しては前章 III-1 で指摘した以上の危険を伴うことになるので、軽量コンクリートばりの許容せん断応力度に対しては、III-2 (1) に提案した値が、軽量コンクリートの実験下限値を超過しない様に低減しておく必要があり、この低減率として普通コンクリートの 0.8 倍を採用ことにしたい。

表-10 には、上記により求めた許容値と下限値の関係を表示した。

表-10 軽量コンクリートの許容値と下限値 (kg/cm²)

		F_c (kg/cm ²)					
		120	150	180	210	240	300
現行許容値 $F_c/30$ ($F_c/15$)		4 (8)	5 (10)	6 (12)	7 (14)	8 (16)	10 (20)
(3') 式の $\tau_{c,\min} \times 0.8$ (左の値 $\times 1.5$ 倍)		4.9 (7.4)	5.2 (7.8)	5.4 (8.1)	5.7 (8.5)	5.9 (8.9)	6.4 (9.6)
軽量コンクリートの下限値*	$\tau'_{c,\min}$	5.0	5.3	5.6	5.8	6.1	6.6
	$\tau_{u,\min}$	7.9	8.3	8.6	9.0	9.4	10.1

* $\tau'_{c,min} = 0.0082 (500 + F_c)$, $\tau'_{u,min} = 0.0122 (180 + F_c) + 4.2$.
 ただし $M/Qd = 3$, $k_c = k_u = 0.72$, $k_p = 0.78$.

(2) 補強筋の効果及び断面変更の限度

図-19は、前掲の図-8にならい、補強ばりの終局強度実験値 $\tau_{u.0}$ からコンクリートの負担分として $\tau_{c.min}$ を差引き、これを見掛け上の補強筋負担分として図示したものである。この場合の実験最低値は普通コンクリートの場合と同様、おおむね前記の(8)式で表わされることになり、軽量コンクリートばりの補強筋の算定についても(9)及び(9')式が適用出来るものと考えられる。

しかし、大野博士³⁵⁾及び黒正博士等⁴⁰⁾の行なった実験によれば、補強ばりの強度実験値から無補強ばりの実験値 $\tau_{u.0}$ を差引いて求めた補強筋の負担強度は、図-20に示す様に著者の $\tau'_{w.0}$ の値以下となり、普通コンクリートばりの補強効果ほど期待出来ない場合もある。

従って、断面変更の限度については、普通コンクリートばりの場合よりも低減しておく必要がある。

これらの点については、更に系統的な実験により検討したい。

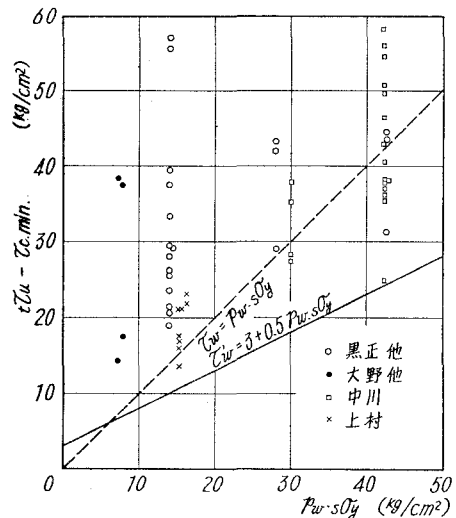


図-19 補強筋の見掛け負担強度

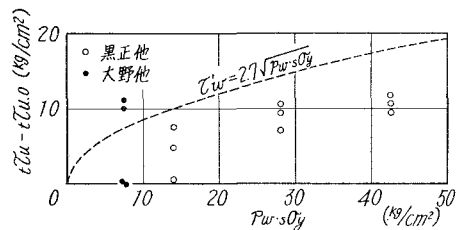


図-20 補強筋の負担強度

V. 結 言

鉄筋コンクリートばりのせん断に関する既往の実験資料に基づき、斜めひび割れ強度及び終局強度の実験下限値を統一的に包括する曲線式を求め、更に斜めひび割れ発生位置とせん断破壊位置とを検討して、せん断応力度の検討位置と補強の範囲及び効果につき若干の考察を行ない、あわせてせん断終局強度式と曲げ終局強度式との関連から、両者の破壊限界を求める計算図表を作成した。

本文の後段においては、上記の検討結果に基づき、現行の鉄筋コンクリート構造計算規準のせん断条項について再検討を加え、その問題点を指摘して規準改訂についての私案を提示した。

しかし、以上は静荷重下における鉄筋コンクリートばりの強度を対象としたもので、地震時の様な動的繰返し荷重下を対象とする場合には、上記とは別の検討が必要であり、変形の問題並びに軽量コンクリートの補強効果の検討を含め、今後の課題としたい。

最後に、本文は日本建築学会せん断小委員会において、昭和43年7月以降著者が報告資料として提出したものを取りまとめたものであり、種々御助言を下された恩師北海道大学大野和男教授はじめ、柴田拓二博士、小幡守博士、東京工大黒正清治博士を主査とするせん断小委員の方々と並びに本文に引用させていただいた研究者の方々に感謝する次第です。

(昭和44年4月30日受理)

文 献

- 1) 荒井 卓：北大工研報25号(1961. 3), p. 76-79. 日建論報66号(1960. 10), p. 437-440.
- 2) 柴田拓二：北大工研報30号(1962. 9), p. 80.
- 3) 武藤 清・黒正清治：日建研報20号(1952. 10). 22号(1953. 5). 23-29号(1953-1954).
- 4) 若林 実：東大生研報6巻2号(1956. 12).
- 5) 末永保美・佐々木良一・川原真太郎：日建論報69号(1961. 10).
- 6) 小倉弘一郎・亀田登与三郎：日建大会(1962. 9).
- 7) 大野和男・柴田拓二・荒川 卓：日建道支部21回研発論(1963. 3).
- 8) 大野和男・柴田拓二・荒川 卓：日建道支部23回研発論(1964).
- 9) 船越 稔：日本ACI第2回研発論(1965. 2).
- 10) 中川英憲：関東学院大研報10巻1号(1965). 同11巻1号(1966). 土木学会大会 No. 20, 21 (1965-1966).
- 11) 明石外世樹：セ技年報XX(1966).
- 12) 高橋久雄・武田寿一・他：日建大会(1967. 10). コンクリートジャーナル V. 5, No. 6 (1967).
- 13) Clark, A. P.: ACI Journal, V. 48, No. 4 (1951. 10).
- 14) Moody, K. G., Viest, I. M., Elstner, R. C., and Hognestad, E.: ACI Journal V. 51, No. 4-7 (1954-1955).
- 15) Morrow, J. and Viest, I. M.: ACI Journal V. 53, No. 9 (1957. 3).
- 16) Chang, T. S. and Kesler, C. E.: ACI Journal V. 54, No. 12 (1958. 6).
- 17) Watstein, D. and Mathey, R. G.: ACI Journal V. 55, No. 6 (1958. 12).
- 18) Rodriguez, J. J., Bianchini, A. C., Viest, I. M. and Kesler, C. E.: ACI Journal, V. 55, No. 10 (1959. 4).
- 19) Diaz de Cossio, R. and Siess, C. P.: ACI Journal V. 56, No. 8 (1960. 2).
- 20) Bower, J. E. and Viest, I. M.: ACI Journal, V. 57, No. 1 (1960. 7).
- 21) Taylor, R.: Mag. of Concrete Research, V. 12, No. 36 (1960. 11).
- 22) Leonhardt, F. and Walther, R.: Beton und Stahlbetonbau, V. 56 No. 12 (1961). V. 57, No. 2, 3, 6~8 (1962).
- 23) Leonhardt, F., Walther, R. and Dilger, W.: Beton und Stahlbetonbau, No. 1 (1965. 1).
- 24) Mathey, R. and Watstein, D.: ACI Journal, V. 60, No. 2 (1963. 2).
- 25) Bresler, B. and Scardelis, A.C.: ACI Journal, V. 60, No. 1 (1963. 1).
- 26) Van den Berg, F. J.: ACI Journal, V. 59, No. 10 (1962. 10), No. 11 (1962. 11).
- 27) Rawdon de Paiva, H. A. and Siess, C. P.: Proc. ASCE Journal of Struct. Divi. (1965. 10).
- 28) Krefeld, W. J. and Thurston, C. W.: ACI Journal, V. 63, No. 4 (1966. 4).
- 29) Kani, G. N. J.: ACI Journal, V. 64, No. 3 (1967. 3).
- 30) Ramakrishnan, V. and Ananthanarayana, Y.: ACI Journal, V. 65, No. 2 (1968. 2).
- 31) Hanson, J. A.: ACI Journal, V. 55, No. 3 (1958. 9).
- 32) Hanson, J. A.: ACI Journal. V. 58 (1961. 7).
- 33) Ivey, D. J. and Buth, E.: ACI Journal, V. 64, No. 10 (1967. 10).

- 34) 上村克郎：建設省建研報, No. 36 (1961).
- 35) 大野和男・柴田拓二・荒川 卓：日建大会 (1962. 9). 日建道支部 20 回研発論 (1962. 3).
- 36) 船越 稔：土木学会大会, No. 20 (1965. 5).
- 37) 水野高明・徳光善治・清永定光：土木学会大会, No. 21 (1965).
- 38) 西村新蔵・小林和夫・吉岡保彦：土木学会大会, No. 21 (1966). セ技年報 XX (1966).
- 39) 中川英憲：関東学院大研報, 11 卷, 1 号 (1966).
- 40) 黒正清治・鈴木貞男・他：日建大会 (1967). 日建関東支部, No. 38 (1967).
- 41) 村田二郎：日本 ACI 構造用軽用コン・シンポジウム論文集 (1964. 11).
- 42) 藤本一郎：日建・せん断小委報告資料, No. 24 (1968).
- 43) ACI Committee 326: ACI Journal, (1962. 2), p. 318.
- 44) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準, 20 条, p. 156-170.
- 45) 荒川 卓：日建道支部研発論, No. 31 (1968. 8). No. 32 (1969. 3).
- 46) 荒川 卓：せん断小委資料, No. 17, 18, 25, 30, 35, 39, 43 (1968, 7-11).